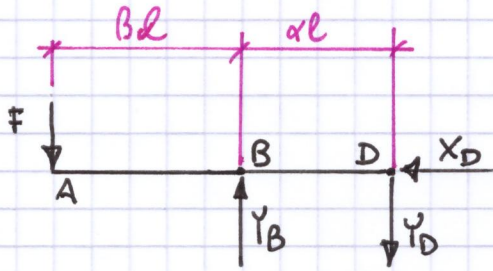


esercizio 1, pagina 1



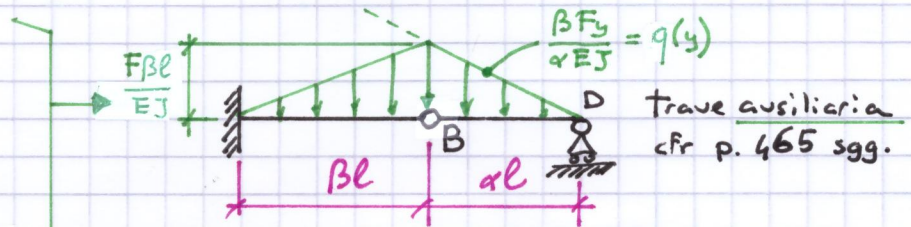
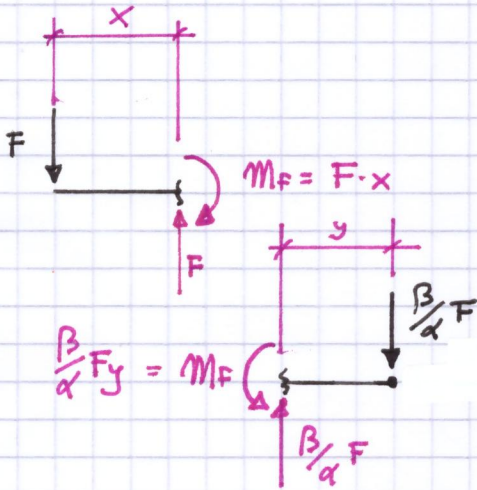
equilibrio traslazione x: $X_D = 0$

equilibrio rotaz. D: $-Y_B \cdot \alpha l + F \cdot (\alpha + \beta) l = 0$

da cui: $Y_B = \frac{\alpha + \beta}{\alpha} \cdot F$

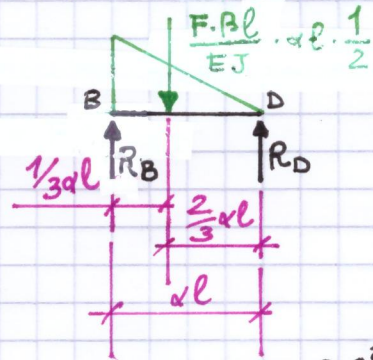
equilibrio rotaz. B: $F \cdot \beta l - Y_D \cdot \alpha l = 0$

da cui: $Y_D = \frac{\beta}{\alpha} \cdot F$



Trave ausiliaria
cfr p. 465 sgg.

Tratto BD:

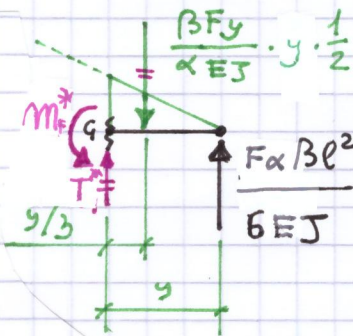


da eq. rotaz. B: $R_D \cdot \alpha l - \frac{F \cdot \beta l^2}{2EJ} \cdot \frac{1}{3} \alpha l = 0$

da cui: $R_D = \frac{F \cdot \beta l^2}{6EJ}$

TRAVE AUSILIARIA:

M_F e T



eq. trasl. verticale: $+T^* + \frac{F \cdot \beta l^2}{6EJ} - \frac{\beta F y^2}{2 \alpha EJ} = 0$

da cui: $T^* = \frac{F l^2}{EJ} \left(-\frac{\alpha \cdot \beta}{6} + \frac{\beta}{2 \alpha} \cdot \frac{y^2}{l^2} \right) < 0$ per $y \neq 0$ nell'interno del punto D

eq. rot. filo q: $+M_F^* - \frac{\beta F y}{\alpha EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{y}{3} + \frac{F \cdot \beta l^2}{6EJ} \cdot y = 0$

DISCUSSIONE
SEGNI

da cui $M_F^* = -\frac{F l^2}{EJ} \cdot \left(-\frac{\alpha \cdot \beta}{6} \cdot \frac{y}{l} + \frac{\beta}{6 \alpha} \cdot \frac{y^3}{l^3} \right)$

che risulta ≤ 0
sull'intero intervallo
 $y \in [0, \alpha l]$



Freccia verso l'alto su BD

φ_{DB} varia nell'interno di D

Freccia verso l'alto su BD, negativa secondo convenzione

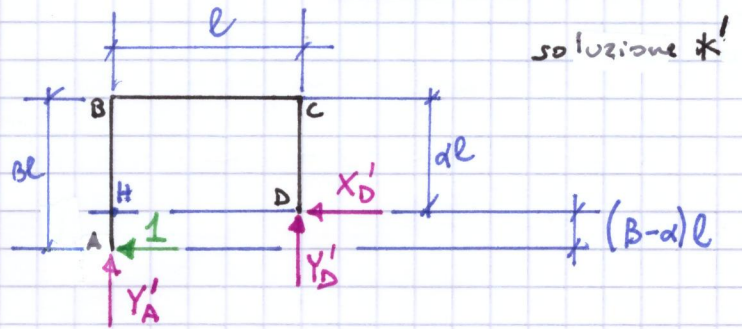
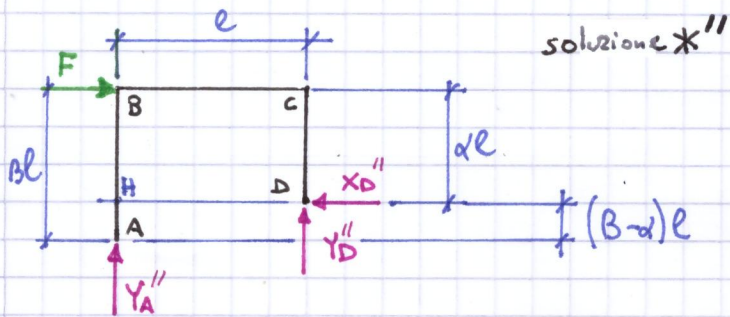
secondo convenzione

$\varphi_{DB} = +T^*$

$F_{DB} = +M_F^*$

sola forza F : calcolo reazioni vincolari

solo carico esploratore



eq. rot. D: $-Y_A \cdot l - F \cdot \alpha l = 0 \rightarrow Y_A'' = -\alpha F$

eq. rot. D: $-1 \cdot (\beta - \alpha)l - Y_D' l = 0 \rightarrow Y_D' = -(\beta - \alpha) \cdot 1$

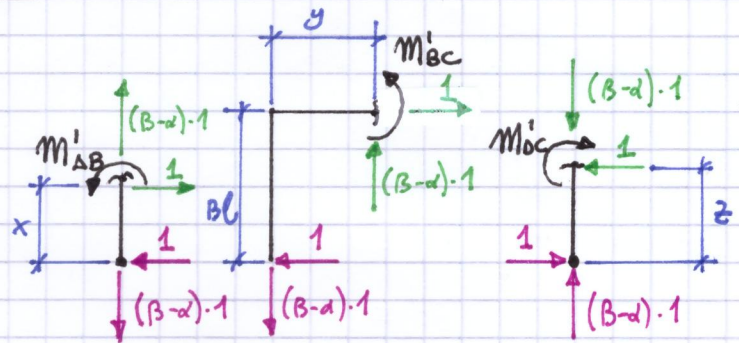
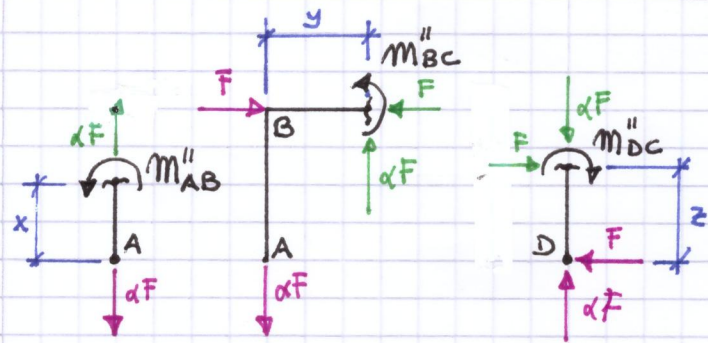
eq. transl. orizz: $X_D'' = F$

eq. transl. orizz: $X_D' = -1$

eq. rot. H: $-F \cdot \alpha l + Y_D l = 0 \rightarrow Y_D'' = \alpha F$

eq. rot. H: $-1 \cdot (\beta - \alpha)l + Y_D' \cdot l = 0 \rightarrow Y_D' = +(\beta - \alpha) \cdot 1$

qui, il punto H - intersezione tra le rette d'azione di Y_A e X_D - è stato introdotto come polo di equilibrio alla rotazione in modo da avere un'equazione la cui unica incognita fosse Y_D .



da equilibri alla rotaz. rispetto a baricentro sezione:

$$\begin{aligned} M_{AB}'' &= 0 \\ M_{BC}'' &= -\alpha y F \\ M_{DC}'' &= -F z \end{aligned}$$

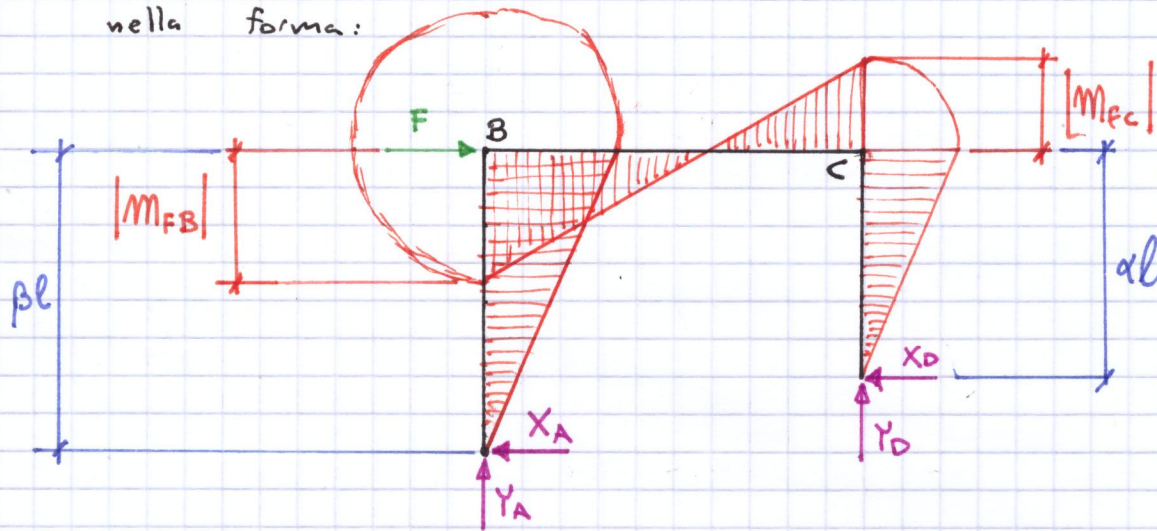
$$\begin{aligned} M_{AB}' &= +1 \cdot x \\ M_{BC}' &= +1 \cdot \beta l - (\beta - \alpha) \cdot 1 \cdot y \\ M_{DC}' &= +1 \cdot z \end{aligned}$$

noto X_A , posso comporre le soluzioni X'' e X' scalando quest'ultima per X_A , e sommando. Ottengo così

$$Y_A = Y_A'' + Y_A' \cdot X_A, \quad X_D = X_D'' + X_D' \cdot X_A, \quad Y_D = Y_D'' + Y_D' \cdot X_A$$

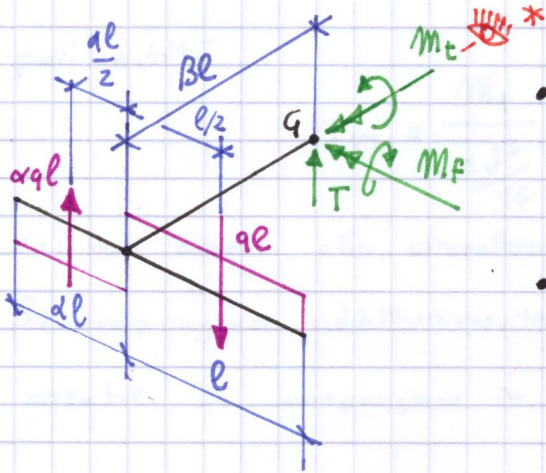
Il diagramma di momento flettente cumulativo è ricostruibile

nella forma:



I valori massimi in modulo di M_f possono trovarsi o in B o in C; è complesso a priori stabilire quale dei due sia dominante, per cui si calcolano ambedue, e si estrae il massimo.

$$|M_{fmax}| = \max(|X_A \cdot \beta l|, |X_D \cdot \alpha l|)$$



• equilibrio alla traslaz. verticale:
 $+T + \alpha ql - ql = 0 \rightarrow T = (1 - \alpha) ql$

• equilibrio alla rotazione rispetto ad asse parallelo a M_t passante per G

$$+ M_t - \alpha ql \cdot \frac{\alpha l}{2} - ql \cdot \frac{l}{2} = 0$$

da cui: $M_t = \frac{1 + \alpha^2}{2} ql^2$

• equilibrio alla rotazione rispetto ad asse parallelo a M_F passante per G

$$+ M_F + \alpha ql \cdot \beta l - ql \cdot \beta l = 0 \rightarrow M_F = (1 - \alpha) ql \cdot \beta l$$

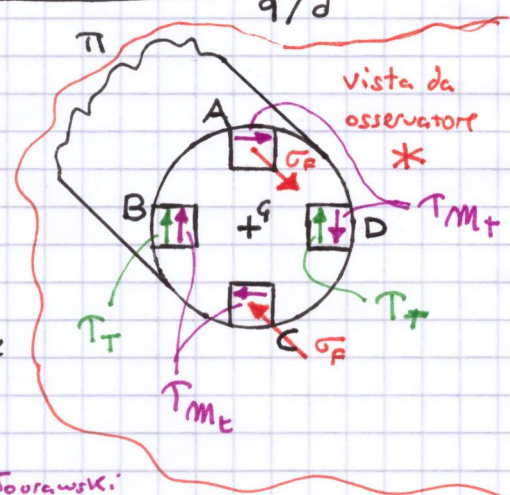
• tale M_F porta in trazione le fibre in A, in compressione le fibre in C, e mentre i punti B e D giacciono sull'asse neutro. Ho quindi:

$$\sigma_F = \frac{M_F}{W} = \frac{(1 - \alpha) \beta ql^2}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{32(1 - \alpha) \beta \lambda^2 q d^2}{\pi d^3} = \frac{32(1 - \alpha) \beta \lambda^2}{\pi} q/d$$

$$\sigma_{FA} = +\sigma_F, \sigma_{FC} = -\sigma_F, \sigma_{FB} = \sigma_{FD} = 0$$

• Le tensioni dovute al taglio si sviluppano sui cubetti ai punti B e D appartenenti all'asse neutro del M_F ; il loro valore è

$$T_T = 1.385 \frac{T}{\frac{\pi d^2}{4}} \quad \text{oppure} \quad T_T = \frac{4}{3} \frac{T}{\frac{\pi d^2}{4}} \quad \text{Jourawski.}$$



tali tensioni sono invece nulle in A e C.

- Le tensioni associate al momento torcente agiscono con pari entità

$$T_{M_t} = \frac{M_t}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{8 \cdot (1+\alpha^2) q \lambda^2 d^2}{\pi \cdot 2 \cdot d^3} = \frac{8(1+\alpha^2)\lambda^2}{\pi} \frac{q}{d}$$

sui vari cubetti alla circonferenza esterna della sezione.

Si compongono addittivamente a quelle di taglio in B, mentre si compongono in sottrazione alle stesse in D.

- Le tensioni principali ai tre punti A, B e D si calcolano sostituendo nelle usuali formule (3.41) p. 67 i valori:

punto A: $\sigma_x = +\sigma_F$, $\sigma_y = \emptyset$, $\tau_{xy} = T_{M_t}$

punto B: $\sigma_x = \emptyset$, $\sigma_y = \emptyset$, $\tau_{xy} = T_{M_t} - \tau_T$

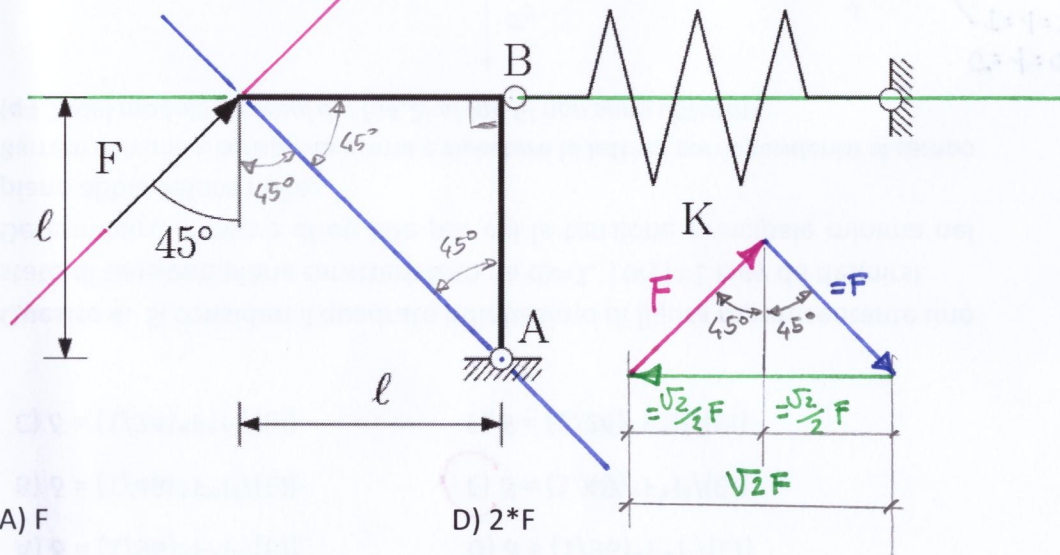
punto C: $\sigma_x = -\sigma_F$, $\sigma_y = \emptyset$, $\tau_{xy} = T_{M_t}$

Cognome e Nome:

Matricola:

Quesito 1. Considerare la struttura di figura caricata da una forza esterna F . Determinare utilizzando il metodo delle tre forze il modulo della reazione vincolare in B.

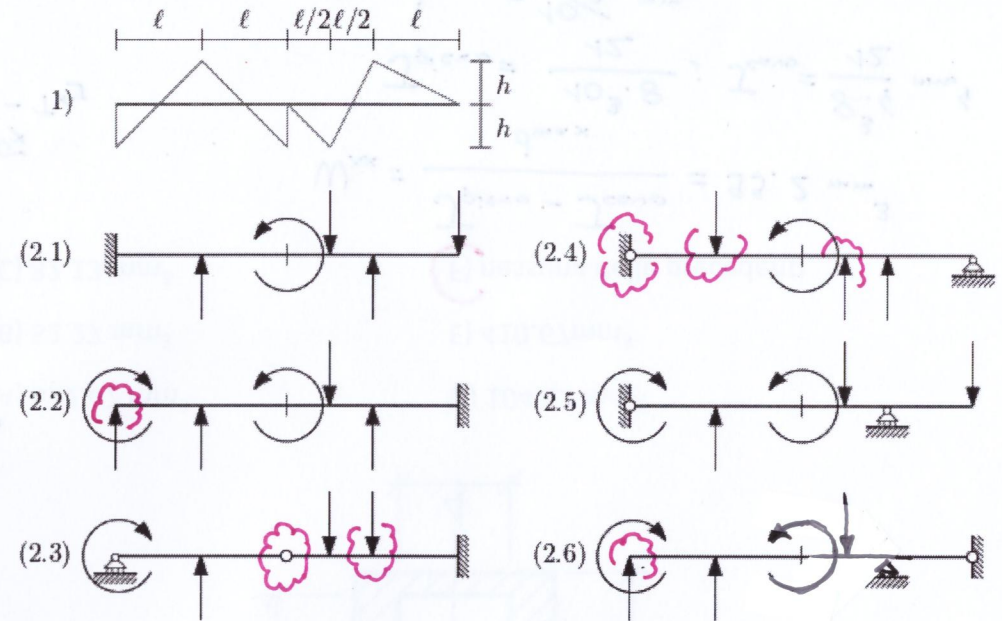
Barrare con una x la risposta esatta e riportare la lettera corrispondente al campo (q1.1) del modulo. I campi dal (q1.2) al (q1.6) non sono utilizzati.



- A) F
- B) $F/2$
- C) $\sqrt{2} \cdot F$**
- D) $2 \cdot F$
- E) $F/\sqrt{2}$
- F) nessuna delle precedenti

Quesito 2. Indicare se per le strutture riportate nelle figure da (2.1) a (2.6) risulta ammissibile o meno il diagramma di momento flettente qualitativo riportato in figura.

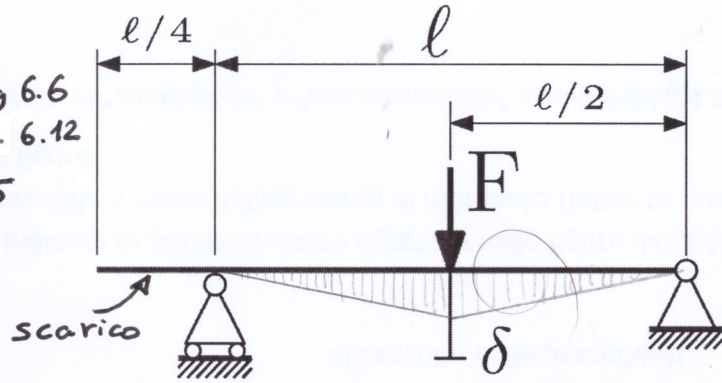
Riportare le diciture "ammissibile" o "non ammissibile" ai campi dal (q2.1) al (q2.6) del modulo



	ammissibile	non ammissibile
(2.1)	X	
(2.2)		X
(2.3)		X
(2.4)		X
(2.5)	X	
(2.6)		X

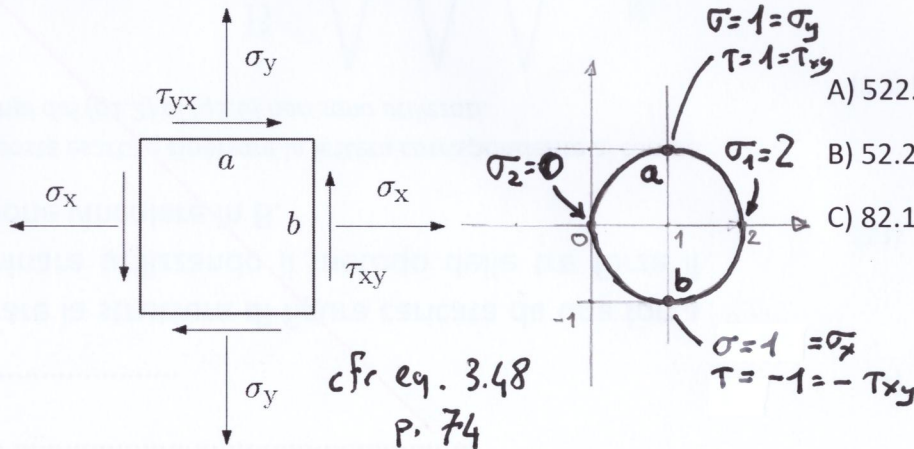
Quesito 3. Si consideri la trave di figura, di momento di inerzia J e di materiale avente modulo elastico E . Si calcoli lo spostamento δ . Barrare con una x la risposta esatta e riportare la lettera corrispondente al campo (q3.1) del modulo. I campi dal (q3.2) al (q3.6) non sono utilizzati.

cf. Fig 6.6
eq. 6.12
p. 355



- A) $\delta = (1/96) * F * l^2 / (EJ)$ D) $\delta = (1/96) * F * l^3 / (EJ)$
 B) $\delta = (1/48) * F * l^2 / (EJ)$ **E) $\delta = (1/48) * F * l^3 / (EJ)$**
 C) $\delta = (1/24) * F * l^2 / (EJ)$ F) $\delta = (1/24) * F * l^3 / (EJ)$

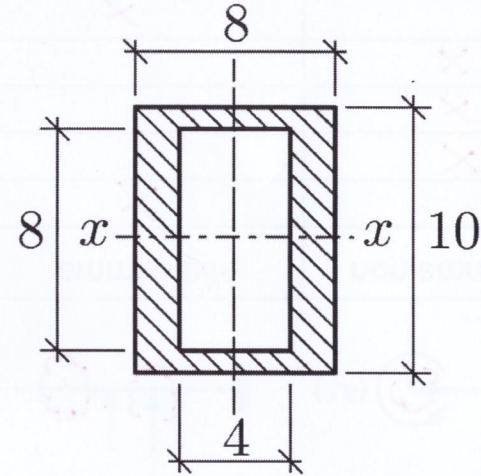
Quesito 4. Si consideri il quadrato infinitesimo di figura rappresentante uno stato di tensione piana caratterizzato da $\sigma_x=1$, $|\tau_{xy}|=1$ e σ_y da definirsi. Determinare il valore di σ_y tale per cui la tensione principale minima nel piano abbia valore nullo. Barrare con una x la risposta esatta e riportare la lettera corrispondente al campo (q4.1) del modulo. I campi dal (q4.2) al (q4.6) non sono utilizzati.



cf. eq. 3.48
p. 74

- A) 2 D) -1
B) 1 E) -2
 C) 0 F) nessuna delle precedenti

Quesito 5. Considerando l'immagine (quote in mm), calcolare il modulo di resistenza della sezione rispetto all'asse x-x. Barrare con una x la risposta esatta e riportare la lettera corrispondente al campo (q5.1) del modulo. I campi dal (q5.2) al (q5.6) non sono utilizzati.



- A) 522.67 mm³ D) 104.53 mm³
 B) 52.27 mm³ E) 410.67 mm³
 C) 82.13 mm³ **F) nessuna delle precedenti**

$$W_{xx} = \frac{J_{pieno} - J_{cavo}}{d_{max}} = 99.2 \text{ mm}^3$$

$$J_{pieno} = \frac{10^3 \cdot 8}{12}; \quad J_{cavo} = \frac{8^3 \cdot 4}{12} \text{ mm}^4$$

$$d_{max} = \frac{10}{2} \text{ mm}$$